



講義ノートの周辺

Part III 数と計算

はじめに

森 隆一

$\alpha\beta\gamma\delta\epsilon(\epsilon)\zeta\eta\theta(\vartheta)\iota\kappa\lambda\mu\nu\xi\omicron\pi(\varpi)\rho(\varrho)\sigma\varsigma\tau\nu\phi(\varphi)\chi\psi\omega$

$\Gamma\Delta\Theta\Lambda\Xi\Pi\Sigma\Upsilon\Phi\Psi\Omega$

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

abcdefghijklmnopqrstuvwxyz

abcdefghijklmnopqrstuvwxyz

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ



目 次

第0章	はじめに	1
0.1	カラス	5
0.2	チョコレート	8
0.3	玉入れ	10
0.3.1	玉入れの勝ち負け	10
0.3.2	数との関係	11
0.3.3	玉入れの歴史	12
0.4	コイン	14
0.4.1	コイン選び	14
0.4.2	お買い物(ゲーム)	15
0.4.3	おつり	16

第0章 はじめに

小学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説・算数編・第3章 各学年の目標及び内容 において、内容は

- A 数と計算
- B 図形
- C 測定 → 変化と関係
- D データの活用

に大きく分けられている。さらに、学年毎に各分野での教えることが指定されている。

例えば、本 Part のタイトルと同じ、A 数と計算 では次のようになっている。

第1学年

- 1 数の構成と表し方
- 2 加法, 減法

第2学年

- 1 数の構成と表し方
- 2 加法, 減法
- 3 乗法

第3学年

- 1 数の表し方
- 2 加法, 減法
- 3 乗法
- 4 除法
- 5 小数の意味と表し方
- 6 分数の意味と表し方
- 7 数量の関係を表す式
- 8 そろばん

第4学年

- 1 整数の表し方
- 2 概数と四捨五入
- 3 整数の除法

- | | |
|---------------|----------------|
| 4 小数の仕組みとその計算 | 5 同分母の分数の加法，減法 |
| 6 数量の関係を表す式 | 7 四則に関して成り立つ性質 |
| 8 そろばん | |

第5学年

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| 1 整数の性質 | 2 整数，小数の記数法 | 3 小数の乗法，除法 |
| 4 分数の意味と表し方 | 5 分数の加法，減法 | 6 数量の関係を表す式 |

第6学年

- | | |
|------------|-----------|
| 1 分数の乗法，除法 | 2 文字を用いた式 |
|------------|-----------|

上の表で、同じ項目が幾つかの学年にわたって書かれている。例えば、加法は1学年から3学年までに書かれている。1学年が1桁、すなわち、九九を説明し、これを使えるように反復練習することである。

2学年では2桁の数の足し算であろう。ここでは、3つの1桁の数の和を計算することが必要となる。ここで、初めの数は1桁からの桁上がりで0か1である。したがって、2桁からの桁上がりも0か1となる。

3学年では桁数の制限を外すことが考えられる。ここで、3桁目以降は2桁目と全く同じである。

独り言 うえで、最後の段落で‘考えられる’、その前で‘あろう’を用いた。指導要領か同解説を調べれば、‘である’と言い切れるのだが、その手間を省いた。

この辺りは“当たりと言えずも遠からず”という程度の理解で良いのではないかと思っている。

pico-soroban.com というサイトで

「小学校の授業でそろばんってやる？やらない？指導要領では？」という記事を見付けた。このサイトはそろばん塾が運営するサイトで、

記事の内容は次のものである。

そろばん塾ピコ講師の平山です。数教室を回り、様々な考え・様々なタイプの子を見てきた経験から、一般論でない、役に立つ現場視点の情報を配信していきます。

さて、文部科学省の学習指導要領を調べると、こう書いてあります。

3 学年時には・そろばんによる数の表し方について知り、そろばんを用いて簡単な加法及び減法の計算ができるようにする。

→そろばんによる数の表し方について知ること。

→加法及び減法の計算の仕方について知ること。

4 学年時には

・そろばんを用いて、加法及び減法の計算ができるようにする。

とあります。具体的な時限数などは記載されておりませんが、聞いた・調べた話によると2学年にまたがり、大体4-5時限程度触れると言うのが現在の小学校の状況の様です。小学校の先生はそろばんの先生ではありませんし、この授業の為に誰かからそろばんの教え方を習う事もありますので、教えることに関してもなかなか難しいのが現状では無いかと思います。また、小学校の先生がそろばん経験者だったらそろばんが教えられるかと言うと、それは少し違うのです。

そして実際問題、そろばんの繰り上がりを学校で習得してからそろばん塾に来たと言う子を見たことがありませんので(500人以上を見ても)、私の想像の世界ではないと思います。

5時限程度で習得できるものとしては、数の入れ方および繰り上がりの無い計算程度でしょう。(しかもすぐに忘れてしまうでしょうね) そろばんは教室に来て習わなければ習得出来ません。これが事実です。

という事で、小学校でのそろばんに期待をしてはいけません(してないと思いますが)

そろばんは自然数の加減乗除に用いることのできる道具である。

道具の説明書にはつぎのことが書かれている。

(i) 原理 (Ii) 構造 (Iii) 使用法

これは、過去に見た説明書の項目を纏めたもので、実際には。(i) が書かれたものは殆ど記憶にない。測定器てきなもので見た気がする。ある

いは、最近ホ-ム・ページの製品紹介で見たものの記憶かもしれない。

仕様は (ii) になると考えられる。

さらに、使いこなすためには練習や体験などが必要となる。

また、

(i) 自然数の加法の道具としてのそろばんの説明書を作るとしたら、どんなものになるだろうか。

(i) 加法も2つの自然数の和を求める(実体のない)道具ともいえる。加法の説明書は。

という設問もできる。

この設問に対応するためには、(自然)数・位取り・記数法などを圧合うことが必要となる。1学年の初めに書かれている‘数の構成と表し方’で扱われているのかもしれない。

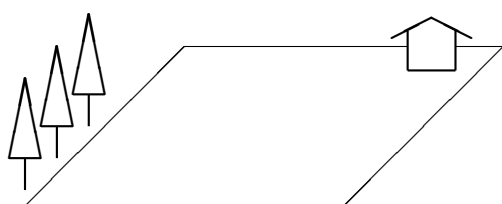
上の概念を数時間の授業で身に付けられるとは思えない。ここで考えられるのは、小学校入学以前、すなわち、幼稚園・保育園あるいは家庭で身に付けたということである。ここでは、数・位取り・記数法を直接おしえることはなく、ほかのこと(多くの場合、遊び)をするうちに、感覚的に身に付けるようにしている。お湯をかけると色がでてくる塗料を用いた風呂用のおもちゃは感心した。

このあと、数・位取り・記数法に関する(こじつけられる)と思われる例を挙げていくことにする。

0.1 カラス

まずは、NHK教育TVで見た例である。いつ見たのかは記憶になく、何となく創り話的ではあるが、例としてはもっともらしい創り話のほうが良い場合もままある。

番組の詳細はまったく覚えていないので脚色で補っていく。



左図のような畑があり、畑の西に林がありカラスがたむろしている。このカラスが人のいないときに降りてきて、蒔いた種を食べて

いく。そこで、種蒔き時には監視小屋に人を置き、見張ることにした。

初めは、小屋に1人を置いてみた。人がいるときはカラスは降りてこず、監視小屋から人がでていくとカラスは降りてきた。

次に、2人を置き、まずは1人が帰ったが、この段階では、カラスは降りてこず、もう1人が帰った後に降りてきた。

続いて、3人を置き、まずは1人が帰った。ここでは、2人の場合と同じでカラスは降りてこなかった。さらに、2人目が帰ってみるとカラスは降りてきた。

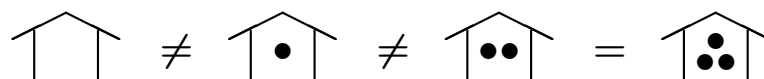
番組の記憶はここまでである。上の結果を表にしてみる。

1人 入る	降りない	もう1人 出る	降りる		
2人 入る	降りない	もう1人 出る	降りない	もう1人 出る	降りる
2人 入る	降りない	もう1人 出る	降りない	もう1人 出る	降りる

となる。

上の例から、“カラスは 0, 1, 2 以上 と数えられる”、あるいは、“0, 1, 2 以上を区別している”としていた。

図示すれば次のようになる。



ここで、 と  が全く同じとは思えないが、数えられないということである。

3人入って2人出たときにカラスが降りてくれば、2と3の区別はつかないと結論できるのだが・

カラスの例は本当かどうかは疑わしい。“権兵衛が種まきや、カラスがほじくる”をヒントにして造った話のように思える。

東紀州地域振興公社 > AR で甦る東紀州八英傑 > 種まき権兵衛

<https://ar8eiketsu.higashikishu.org/character/gonbe/>

で次の解説を見付けた。

武家に生まれた権兵衛は、亡き父の望みであった農家を志します。慣れない作業のため、畑を耕し種をまいてはカラスや小鳥に種をついばまれ、人々から笑われていましたが、あきらめずに努力を重ね、やがて村一番の農家になりました。また、権兵衛は鉄砲の名手としても知られ、田畑を荒らす獣を撃っては村人たちに喜ばれていました。

ある時、馬越峠付近で大蛇が人を襲っていることを知った権兵衛は、退治を決意します。

山に入りシダの葉に身を潜め、待ち構えていたその時、突如大口を開けた大蛇が権兵衛に向かって襲い掛かってきました。すかさずズンベラ石に念じて身を隠し、大蛇の

急所へ「ズドン」と3発、弾丸を打ち込みます。見事に退治したものの、大蛇の毒を浴びた権兵衛は、村人の看病の甲斐なく亡くなってしまいます。しかし、村人たちのために戦った権兵衛は村の英雄として語り継がれ、権兵衛を偲ぶ「種まき権兵衛祭り」が今もなお、紀北町便ノ山地区にある菩提寺・宝泉寺で行われています。

寓話・童話 の話の中に、

“ある日、森の中、熊さんに出会った、… ラン・ラン・ラン”

という歌がでてくるものがある。

実際には、森の中で熊に遭遇するというのは大変なことであり、普通は、“熊を見つけたら、直ぐに逃げる”ということになっている。ラン・ラン・ラン と言っている場合ではない。

0.2 チョコレート

2枚の紙を用意し、チョコレートを一方には2個他方には3個置く。

子供に“好きな方を食べてよい”と言ったとする。殆どの子供は、右の3つの方を選ぶであろう。最近では、ダイエットやアレルギーで受け取らない子もいるかもしれない。

このとき、子供は何を考えているのだろうか。脳内の情報処理がどのようになっているのかを類推(邪推)してみよう。

“右は3個で左は2個だから右のほうが(1個)多い”としているのか。(1個)の部分を除いて、小学校入学時までには殆どがこの段階になっていると見ている。

これが出来るためには、いち・にー・さん・しー... を覚えること、すなわち‘数える’ことと、‘後になるほど大きくなる’ということを身に付けることが必要となる。

(1個)の部分のためには、基本的には引き算であるが、引き算の前の段階、すなわち指折り算でもできる。例えば、3と5の差を求める場合、まず小さい方の‘さん’を数え、続いて‘しー・ご’と数えながら指を折っていく。ここで、折った指の数2が差である。

小学校入学前に いち・にー・さん・しー… が唱えられる機会として次の2つを挙げておく。

1つは数え唄である。Wikipedia「数え歌」から、同「一番はじめは一の宮」では、

一番はじめは一の宮（いちばんはじめはいちのみや）は、明治後期から昭和時代にかけて、全国で歌われていた手まり歌・お手玉歌のひとつである。

曲は明治時代に日本軍隊の指導のために来日したフランス人が作曲した軍歌「抜刀隊」のメロディーを借用したものであるが、リズムは手鞠歌によく見られるピョンコ節になっており、メロディーも歌いやすいように変えられていることがある。

歌詞は、口承による童歌のため、作詞者は未詳で、また、歌詞にいろいろなパターンがある。一般に唄われていたものは、20行からなり、前半は数え歌形式で、この歌では、御利益のありそうな神社仏閣尽くしになっている。後の10行は打って変わって、徳富蘆花の小説「不如帰」をモチーフにしている。本来は10行目までで終わりになっていた。

ということである。

もう1つは運動における音頭取りとして

いち・にー・さん・しー… にー・にー・さん・しー…

さん・にー・さん・しー… しー・にー・さん・しー…

が唱えられている。

0.3 玉入れ

玉入れを知らない人は稀と思われるので、プレイに関する説明は省略し、最後に行われる勝ち負けの判定について考えていく。

0.3.1 玉入れの勝ち負け

ひとつ

上の図は籠を上から見たときを想定した(簡略)模式図である。2種類の円はそれぞれは同じ半径となっている。また、赤は14個、青は12個である。

籠に投げ終わった後、両チームから1人ずつそれぞれが自分のチームの籠から球を1つ取り出し、これを放り上げると同時に全員で‘ひとつ’と数える。さらに‘ふたつ’・‘みっつ’... と続けていく。

図の例では、これが12まで続き、数え終わった後青(B)チームの籠には

玉が残ってなく赤 (A) チームの籠には玉が2個残っている。‘じゅうさん’で赤 (A) チームから歓声があがり、‘じゅうし’で終わる。

0.3.2 数との関係

ここで、どちらかの籠が空になったとしよう。このときの他の籠の状態により次の3つの場合が怒り得る。

- (e) 同時に無くなる $\sim$ 引き分け $\sim$ 数が等しい
(a) B は無くなり, A には残っている $\sim$ A の勝ち $\sim$ A の個数が多い
(b) A は無くなり, B には残っている $\sim$ B の勝ち $\sim$ B の個数が多い

この一連の過程を数学的な意味(こじつけ・能書き・講釈)を述べてみる。

籠 A と 籠 B より 1 つずつ選ぶというのは、籠 A の要素 (赤玉) と 籠 B の要素 (青玉) を対応させることである。対応 (correspondence) は写像 (mapping)・変換 (transformation)・関数 (function) などとも呼ばれることがある。といっても同義語的には使われていず、人あるいは分野によりニュアンスは異なる。写像は代数、変換は幾何、関数は解析で使われることが多い。

取り上げた玉を放り投げることは、‘再び用いない’ことを意味する。対応として見れば、‘異なるものには異なるものが対応する’ということができる。この性質をもつ対応は**1対1の対応**と呼ばれる。

うえの3つの場合を対応から見ると次のようになる。

- (e) の場合 A から B の上への 1 対 1 の対応がある
 (a) の場合 B から A の真部分集合の上への 1 対 1 の対応がある
 (b) の場合 A から B の真部分集合の上への 1 対 1 の対応がある

“A から B の上への1対1の対応がある場合、A と B の個数は等しい”
とする。

集合の“個数”とは、上への1対1の対応がある集合に共通の性質する

0.3.3 玉入れの歴史

運動会屋タイムズ> 玉入れのルールと競技のやり方、そもそも歴史とは？

<https://www.udkya.com/columns/corporate-undokai/7761>

年代や性別を問わず、運動が得意でない方でも楽しめる運動会の人気競技「玉入れ」。運動会で当たり前のように行われていますが、玉入れには正式ルールがあるのをご存じでしょうか。本記事では、玉入れの起源と玉入れの歴史から進化した現在の玉入れのルール、玉入れのアレンジ種目などを紹介します。

玉入れとは？ 運動会の定番競技玉入れは、チーム枠内に散らばったチームカラーの玉を拾い、カゴに投げ入れる競技です。玉入れの玉はビーズなどが入ったお手玉状のものを使用し、制限時間内に縦横約40cm、高さ約4m以上のカゴにより多くの玉を入れたチームが勝利となります。

玉入れの起源は明治時代 玉入れの起源は明治時代までさかのぼります。玉入れが運動会の競技になったのは、次の2つが関係しています。

- 海軍の運動会で行われていた
- 神事の一つであったとも言われている

それぞれ解説します。

海軍の運動会で行われていた 玉入れは1874年、東京・築地の海軍兵学寮で開催された「競闘遊戯会」が始まりと言われています。当時の玉入れはバスケットボールを参考にした競技で、誰もが簡単に楽しめるルールから急速に学校や社内運動会に広がっていきました。

神事の一つであったとも言われている 明治黎明期の学校教育はグラウンドを配置する思想がなく、体育は神社の境内で行われていました。そのため、当時は神社の祭礼と体育が混同しており、玉入れは神社の祭礼として披露されていたのです。

,

0.4 コイン

前に取り挙げたチョコレートをコインに代えてみる。

0.4.1 コイン選び

初めは10円硬貨を上図のように、左の紙には10円硬貨を2枚、右の紙には3枚置いてみる。コインに差がないので、チョコレートの場合と同じ結果が予想される。ダイエットやアレルギーは関係ないので全員が右を取るかもしれない。

上図の場合、左の紙には100円硬貨を1枚と10円硬貨を1枚、右の紙には50円硬貨を1枚と10円硬貨を3枚置いた場合はどうであろうか。この場合は、左を選ぶものと右を選ぶものとに分かれることが予想される。これは日本国内の話で、ユーロ圏では穴の開いた50円硬貨を選ぶ子もあり得る。

左を選んだ子は、少なくとも、100円硬貨が10円硬貨10個分の価値があり、50円硬貨は10円硬貨5個分の価値であるということを認識していて、左は10円硬貨11個、右は10円硬貨8個と考えたと思われる。さらには、左は110円、右は80円と理解しているかもしれない。

0.4.2 お買い物(ゲーム)

小学校の時、次のようなゲームをしたことを覚えている。具体的に覚えているのは、200円ほどをもち、幾つかの店を廻って買い物をし、終わった何を買ったかを発表したことである。さらに、1人で駆け巡っていたことをおぼろげながら覚えている。

この行事は次のようであったと想像する。

買い物チームは低学年で、数と計算の集大成としての実習といえる。お店チームは高学年で、社会の仕組みを学ぶ演習や図工の実習とでも位置付けられるかともいえるかもしれない。しかし、お買い物のゲームは1回あったことは覚えているが、その後行われた記憶はない。ということで、実験的に行われたのではないかと思っている。

算数教育としては水道方式が有名であった。

Wikipedia「水道方式」では、“水道方式とは、計算方法の最も基礎的な概念・手順を効率よく理解させるための理論である。1958年頃に数学者の遠山啓・銀林浩が中心となり、「暗算よりも筆算を基本的で発展性のある計算方法」として提唱した。”とされている。

背景として考えられるのは、1949年(S24)国立学校設置法が施行され、新生大学が発足し、師範学校は学芸大学に改組された。はじめての学生が卒業するのは1953年となる。この1953年は朝鮮半島の休戦協定が締結された年でもある。1954年からは神武景気が始まった。これらに応じて、算数教育を見直すことが行われたと考える。

0.4.3 おつり

100 円で 63 円の買い物をしたときのおつりの渡し方の日欧 (独) の違いの話である。

昭和の日本

筆者が小学生頃の八百屋では、生鮮品の陳列スペースの上の手の届か高さにはない籠が吊り下げられていて、さらに、籠の底から紐が垂れ下がっている。紐を引くと籠が降りてきて、離すと上に戻るようになっていた。

100 円を払うと、籠をおろし、中から 37 円を取り出し、‘はいおつり’ と言って渡してくれた。

暗算で計算できる範囲の買い物ならば、かなり迅速に買い物ができる。このシステムに一番近いのは駅の売店であろうか。

おつり (2000 年頃の独逸)

今 1€ は 156 円なので、100 円とすると 0.6€ ほどで買えるものは余りない。ということで、63€ のものをかうため 100€ 紙幣を渡したとする。

まず、机の上に商品と 100€ 紙幣が置かれる。続いて、商品さし 63 という、2€ 硬貨を置き 65 という、5€ 札を置き 70 という、10€ 札を置き 80 という、20€ 札を置き 100 とったあと、商品とおつりを渡し、100€ 紙幣を収める

ということで売買の儀式が終わる。

ここで、レシートはどの段階で受け取ったのか記憶にない。レシートと

おつりで十分なのに面倒なことをすると思うとともに、うちは伝統を守るチャンとした店であるという矜持かなとも思っていた。

上の例では、おつりは63に足して100になる数である。このような数を補数という。状況をはっきりさせるためには、100に対する63の補数という。

文字を使って一般的に言い直すと、 a に加えて b となるような数 x を b に対する a の補数という。

数学の文としては、 $a + x = b$ が成り立つとき、 x を b に対する a の補数という。