



講義ノートの周辺

Part I 高等学校数学I幾何

はじめに

森 隆一

$\alpha\beta\gamma\delta\epsilon(\varepsilon)\zeta\eta\theta(\vartheta)\iota\kappa\lambda\mu\nu\xi\omicron\pi(\varpi)\rho(\varrho)\sigma\varsigma\tau\nu\phi(\varphi)\chi\psi\omega$

$\Gamma\Delta\Theta\Lambda\Xi\Pi\Sigma\Upsilon\Phi\Psi\Omega$

ABCDEF GHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

abcdefghijklmnopqrstuvwxyz

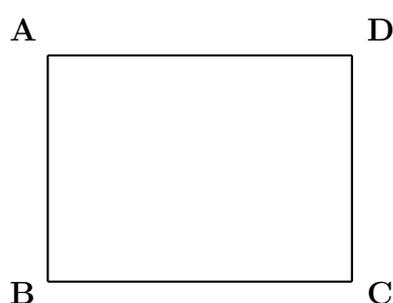
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ



はじめに

YouTube の DIY 動画で、土台が矩形に組まれたかどうかをチェックするために、対角線の長さを測った。これは、幾何の、“対辺の長さが等しい四辺形では、矩形であることと対角線の長さが等しいことは同値である” という定理に基づく方法である。



この状況を図で説明する。頂点の記号は、左上を A とし、反時計回りに、B・C・D とふっていく。反時計回りかわりに、‘囲む図形を左に見る方向に従って’ ということもある。

この図を用いれば、四辺形 ABCD で、 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 、 $\overline{BC} = \overline{AD}$ であるとき、四辺形 ABCD が長方形であることと、 $\overline{AC} = \overline{BD}$ であることは同値である、ということになる。

YouTube の動画では、水平と平行が混乱して用いられている。

三角形と直角に関する定理としては、次のピタゴラスの定理 (三平方の定理)、『直角三角形において、斜辺の平方は他の二辺の平方の和に等しい。逆もまた正しい。』のほうがよく知られていると思われる。

また、2組対辺の長さがそれぞれ等しいことと、四辺形 ABCD が平行四辺形となることは同値である。

上の図では、 $\angle BCD$ が直角であることと、 $\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$ である

こととは同値である、ことになる。

これらより、 $\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$ が成り立てば、四辺形 ABCD は長方形となる。ここで、右辺の値は決まっているので、 $\overline{BD} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CD}^2}$ をチェックすればよいことになる。

2つの長さを測り比べるのと、測るのは1つだが計算が必要なものとで、どちらかがよいかを決めるのは、用いる人である。

最近はお手頃なレーザー墨出器が購入できるようになり、これが用いられている。

土地の測量図では、敷地を幾つかの三角形に分割し、各辺の長さを記し、各三角形の面積とこれらの合計(敷地の面積)が書かれている。

三角形の面積は次のヘロンの公式で計算されているということである。この公式は辺の長さだけで面積が求められる。

三角形の三辺の長さを a, b, c 、 $s = \frac{a+b+c}{2}$ とすると面積は

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

で得ることが出来る。

この(ユークリッド)幾何を筆者の年代は数学Iで習った。数学Iの教科書は「数学I 幾何」と「数学I 代数」の2冊に分かれていた。時間配分は、幾何は週2コマ、代数は週3コマと記憶している。

この後の幾何の取り扱いは把握していないが、縮小し、名前も幾何から図形の性質となったと理解している。

これで数学を理論体系としてみせることが出来る唯一の分野がなくなったことになる。

国語における漢文・古文にも同様なことが起きているかもしれない。

この Part は、高等学校の教科書

「数学 I 幾何」田中 正夫・清水 辰次郎・石谷 茂、

三省堂、1956(S31)、1961(S36)5 版

を模写することを主とする。

模写にあたって最大の問題は、数多くある図の処理である。これには時間がかかることが確実であることから、当面見送ることにした。かわって、説明で図を描くことが可能と思われるものは、できれば、その説明を書くことにする。

‘図において○ を求めよ’ という問題もあるが、この図は普通の図より作成が面倒になる。また、図を用いずに出題できるが、文章が長くなり、読解力の問題になってしまうものが多い。さらに、図を添えることはヒントを与えることになるという見方もある。

章立ては、(編・) 章・節 (・条・項・目) とした。(() 内は用いない。)

補充問題は巻末に配置されていたが、章末に配置し直した。

番号付は次のようにした。

定理、練習問題、作図題は通し番号をそのまま継承した。

系は番号が付されていないが、定理番号.系の番号 とした。

例は番号が付されていないが、章番号.例番号 とした。

本文の問は番号のみであったが、章番号.節番号.条番号.問題番号 に変えた。

練習問題と補充問題の番号は、問題番号.問番号 とした。

総合問題は、問題番号.A(B).問番号 とした。

表示できない記号は次のように処理した。記号

平行は \parallel で代用した。

台形の記号のように代用のないものは、(台形) とした。

証明で小さいフォントを用いていると思われるものがあったが、これはてきとうに処理した。

森記 あれやこれや

で筆者の感じたことを書き留めた。

ここで、章立ては

一章	幾何学の基礎	四章	軌跡と作図
二章	直線図形	五章	立体図形
三章	円の性質	六章	三角関数

である。

このうち、五章は大学入試問題の出題範囲から除かれていたので、“各自読んでおけ”であった。

教科書をざっと眺めて、“高校1年でこんな内容を習っていたんだ”というのが第一印象である。と同時にこれを理解していたのはどの程度いたのであろうかと思った。

大学入学後に、高等学校3年の担任に会いに行ったときに聞いたと記憶しているが、‘何人ほどが授業を理解しているのか’聞いたとき、‘2割ほどである’という感想が還ってきた。後日、教職センターのスタッフで高等学校の校長経験者の人がいたので、聞いて見たら、ほぼ肯定的な感じであった。この人の言ったことでもう1つ覚えているのは、“教員採用試験において、まず、下1割と上1割をきることを主張した”ということである。

また、別の人からは、‘高等学校で教えられるのは、修士をもっているか、旧帝大率である’という話も聞いた。

筆者がのころは高等学校進学率が40%を超えた時期である。40%の20%は8%である。これらより、高等学校でこの内容を再び行うことは無理であろう。

‘わかる’のレベルを大雑把に次のように分けたものを授業の雑談で話したことがある。

- a. 筆記試験で合格
- b. 口頭試問で合格
- c. 友達に教えられる
- d. セミナーで発表できる
- e. 授業ができる

高校進学率が100%に近い状況であることに加えて、上の理解度で e-レベルの教員を揃えることも必要である。これより、高等学校での幾何の

講義は理数コースを除いて、無理であろう。

大学での講義形態について考えてみる。

講義形態は、大学の講義風にテキストを書き直し、演習形式で行うものと、内容は少し減っても、応用に留意し書き直したテキストを用いた講義形式のものである。大学の講義風といのは、ユークリッドの公理から始め、証明をキチンと行うという意味である。

大学風の講義は数理系の学生を対象とし、講義形式のものは一般学生の選択科目を想定し、数学を必要とする学生は両者からを1つを選択することが考えられる。

校正段階で、‘体系数学’という用語を見つけた。

Wikipedia「体系数学」では、

体系数学（正式名称：6カ年教育をサポートする体系数学）は数研出版が発行している中高一貫校用の数学の検定外教科書である。

概要

中学校・高等学校における数学の学習内容を、体系的に扱う配列になっていることが特色。

現行の学習指導要領では高等学校で扱う内容でも、中学校の内容と関連付けて扱った方が理解が深まると思われる内容については中学生向けのテキストで扱ったり、学習指導要領から削除された内容も必要に応じて扱う。

このことから検定教科書では扱えない学年・分野を融合した問題も収録されており、検定教科書と比べてレベルは高い。

シリーズ全体の編者は埼玉大学名誉教授の岡部恒治で、多数の中高一貫校の教諭が執筆協力者に連なっている。

内容 新課程

体系数学1 代数編 (主に中学1,2年向け)

正の数と負の数(中1)、式の計算(中1,2)、方程式(中1,2)、不等式(数)、1次関数(中1,2)を扱う。方程式と合わせて不等式も学ぶ

体系数学1 幾何編(主に中学1,2年向け)

平面図形(中1)、空間図形(中1)、図形の性質と合同(中2)、三角形と四角形(中2,数A)を扱う。

体系数学2 代数編(主に中学2,3年向け)

式の計算(中3,数)、平方根(中3,数)、2次方程式(中3,数)、関数 $y = ax^2$ (中3)、データの活用(中1,2)、確率と標本調査(中1,2,3,数A)を扱う。

体系数学2 幾何編(主に中学2,3年向け)

図形と相似(中3,数A)、線分の比と計量(中3,数A)、円(中3,数A)、三平方の定理(中3)を扱う。

体系数学3 数式・関数編(主に高校1,2年向け)

数と式(数 ,)、複素数と方程式(数)、2次関数とグラフ(数)、図形と式(数)、三角比(数)、三角関数(数)を扱う。三角比と三角関数を合わせて学ぶ

体系数学3 論理・確率編(主に高校1,2年向け)

集合と命題(数 ,A)、場合の数と確率(数 ,A,B)、データの分析(数)、式と証明(数)、整数の性質(数A)を扱う。

体系数学4(主に高校2年向け)

指数関数と対数関数(数)、微分法(数 ,)、積分法(,)、数列(数B)、統計的な推測(数B)、平面上のベクトル(数C)、空間のベクトル(数C)を扱う。

体系数学5の新課程版は2023年4月に発売

中高一貫校の制度は知っていたが、調べることはしていなかった。

検定外教科書は体系数学しか見つけれなかった。他の強化では体系的な教科書の作成が難しいといことであろうか。

微積分は(ニュートン)力学と共に教えるべきではないかと考えている。研究者の大英和辞典の mechanics の訳で力学の他にニュートンの微分積分学というものがある。これは高等学校では難しいと思っていたが、検

定外教科書が使用可能ならば、中高一貫校ではできるかもしれないと思える。

一貫校では小中一貫教育もある。Wikioedia「小中一貫教育」では、

フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』(小中一貫校から転送)

小中一貫教育とは、初等教育と前期中等教育の課程を調整し、一貫性を持たせた体系的な学校制度のことである。また、これを行っている学校を小中一貫校という。

概要

児童・生徒数の少ない過疎地などの学校では学級数も少なく、嘗てから小学校及び中学校で校舎、体育館、敷地等を共用する小中併設校が存在し、行事なども小・中学校合同で実施したり、校長も兼任する場合もみられた。

近年では学校の規模にかかわらず、より積極的に初等教育と中等教育の連携を試みようとする小中連携や小中一貫教育が行われている地域もある。

小中一貫教育は明治時代以降から続く長年の教育制度や慣習の変更をも伴う。児童・生徒の数が多く多様な価値観をもつ都市部などでは、施設の形態、学級数、運営方法等の課題も多くなる。また、小中一貫教育に積極的ではない地域との整合性や、中高一貫教育など他の学校種との接続、連携といった課題もある。

一貫教育は子供が卒業した後のことで自分から調べたことはなかった。上記2つの Wikipedia の記事から、小中一貫校は主として公立校(教育委員会管轄)で、中高一貫校は、中学と高校を併設している、私立学校が主となっている。

中高一貫校は戦前の中学校を連想させる。教化的にみれば中高一貫で、制度的には小中一貫ではないか。

検定外教科書の使用はどの程度可能か。一貫教育が広がれば、体系教科書の検定が行われることが予想できる。理想の1つとしては、有志あるい

は数学教員全体で(講義ノートのように)教科書を作成することが挙げられる。

初等教育(小学校)中等教育(中学校・高等学校)に関しては、漠然と考えたことは色々あるが、文章にできるには程遠いものである。

寺子屋で教えられていたのは、読み・書き・そろばんと言われている。本から知識を得、考えたことを文章にし、計算することである。18世紀に発展した自然科学が知られていない時代の基礎教育としてはこれで十分であろう。

ここで実学という用語が浮かんできた。Wikipedia「実学」では、

実学とは、経験科学や技術に基づく実用的な学問。実証性に裏づけられており、社会の役に立つ学問。農工商などの産業経済の発達に役立つ実業的な知識・技術を学べる学問。法律学・経済学などの政策科学、数理工医などの実験科学など実生活で役に立って。空理空論、理想主義、非現実的または非実用的、観念的で空疎な学問である哲学や文学など人文学・社会学など社会科学の一部を意味する虚学の対義語。

新井白石が、当時学問として重要視されていた朱子学を非実用的だと批判し、殖産興業政策をとったのが日本における実学の先駆とされる。福沢諭吉は、学問のすゝめのなかで、1872年当時重要視されていた和学・儒学を‘学問の実に遠くして日用の間に合はぬ’と虚学であるとし、‘人間普通日用に近き実学’こそ学問だとし、実学の庶民への教育を記した。

社会生活に実際に役立っている学問として、医学・法律学・経済学・工学以外には、歯学・薬学・獣医学・農学・水産学・情報学・計算機工学・計算機科学・会計学・統計学・ゲーム理論・経営学・商学などを指す。日本の大学では、理科系と文科系で扱う学問分野が異なるが、理系は人文・社会科学を含まないために概ね全て実学とされている。逆に文系の中でも法学や経済学などは実学とされる。

と書かれている。実学に関連して、天工開物を思い出した。

Wikipedia「天工開物」では、

天工開物は中国の明末(17世紀)に宋応星によって書かれた産業技術書。天工は造化の巧み(自然の業)、開物は人間の巧みを意味する。中国の産業技術史を展望するための書籍として評価されている。

と書かれている。

「実学」の記事では、理学は実学に入っていないようである。さらに、文学部の学科の(人文)地理・歴史・文学も入っていない。計算機科学はこちら側の気がする。情報学・統計学・ゲーム理論は少し微妙なところもある。

この辺りは、初等・中等教育を再考するきっかけとなるのではないかと考える。中学校・高等学校を付属校にもつ大学の、文学系・理学系の教員は、付属校と連携して、‘体系〇’の教科書の作成してみることも面白そうである。